الصف : علوم الحياة المادة : رياضيات

EXERCICE I(8 pts)

Soit f la fonction définie sur $]0;\infty[$ $par\ f(x) = \frac{1+2lnx}{x^2}$

Soit (C) la courbe représentative de f et soit (C') celle de la fonction h définie sur $]0;\infty[$ par h(x)=$\frac{1}{x}$

1. Déterminer les limites de f en 0 et en + ∞ . en déduire que (C) a deux asymptotes que l'on déterminera
2. Calculer la dérivé f' de f et étudier les variations de f.
3. Soit I le point d'intersectionde (C) avec l'axe des abscisses.
   Déterminer les coordonnées de I.
4. Pour tout x de] 0 ; + ∞ [, on pose g (x)=1-x+2 ln x
   a. Etudier les variations de la fonction g
   b. Montrer que l'équation g (x) =0 admet une solution unique dans chacun des intervalles] 0 ; 2 [et] 2 ; 4 [. Soit ∝ la solution appartenant] 2 ; 4[. Donner un encadrement de ∝ d'amplitude 10^{-2} .
5. a. Montrer que f (x) -$\frac{1}{x}$ = $\frac{g\ (x)}{x^2}$ et en déduire que (C) et (C') se coupent en deux points
   b. Montrer que pour tout réel x supérieur ou égal à 4, la double inégalité suivante est vraie: 0< $f(x) \leq \frac{1}{x}$
6. Tracer (C) et (C') .

EXERCICEII (6 pts)

Le plan complexe P est muni d'un repère orthonormal(O ;$\vec{u}$; $\vec{v}$) direct. Soit le point A d'affixe i et B le point d'affixe –i

Soit f la fonction définie sur z $\neq i$ par f (z) = $\frac{1-iz}{z-i}$

1. Vérifier que pour tout z ≠ i, f (z) =- i+$\frac{2}{z-i}$
2. a. Démontrer que –i n'a pas d'antécédent par f.
   b. Déterminer les antécédents de 0 et de i par f
3. A tout point M différent de A , d'affixe z , on associe le point M' d'affixe z' tel que z'=f (z)
   a. Démontrer que pour tout point M différent de A, le produit des longueurs AM et BM' est égal à 2 (AM . BM'=2)
   b. Démontrer que lorsque M décrit le cercle C de centre A et de rayon 4,M' se déplace sur un cercle C' dont on précisera le centre et le rayon
4. a. déterminer l'ensemble E des points M(z) tel que z-i soit un nombre réel no nul
   b. démontrer que lorsque M décrit E ,M' se déplace sur une droite

Δ *que l'on précisera*

c. lorsque M décrit E, M' décrit-il toute la droite Δ?

5. Déterminer l'ensemble des points M(z) tels que f(z) soit un imaginaire pur non nul.

EXERCICEIII(2 pts)

une urne u_1 contient 24 boules blanches et 9 boules noires.
Une urne u_2 contient 9 boules blanches et une boule noire .
On choisit au hasard une urne et on tire une boule.
Quelle est la probabilité de:

a. tirer une boule blanche ?
b. tirer une boule de u_1 sachant que l'on a tiré une boule blanche

EXERCICE IV(4 pts)

partie A:

soit f la fonction définie sur R par $f(x)=e^{-x}\ln(1+e^{x})$

a. déterminer la limite de f en $-\infty$
b. vérifier que pour tout réel x
$f(x)=\frac{x}{e^{x}}+e^{-x}\ln(1+e^{-x})$ *. déterminer la limite de f en* $+\infty$

partie B:

soit f la fonction définie sur R par $f(x)=e^{x}(e^{x}-2)$ on désigne par (C) sa courbe représentative

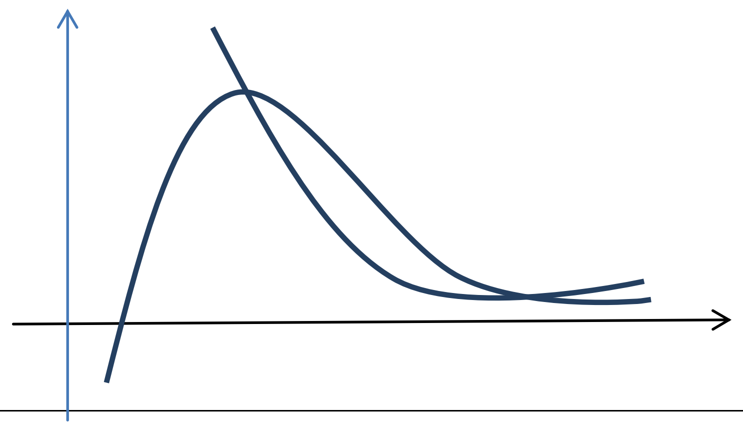
a. étudier les variations de f et tracer (C)
b. Calculer l'aire du domine plan limité par (C)x'x et les droites d'équations respectives x=-1 et x=0
c. Utiliser (C) pour étudier , suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre des solutions dans R de l'équation: $e^{2x}-2e^{x}-m=0$

BAREME

<u>EXERCICE I(8 pts)</u>

<table>
<tr><th>QI</th><th>corrigé</th><th>note</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$\lim_{0} f(x) = -\infty$
$\text{Lim}_{+\infty} f(x) = 0$
X=0(AV) et Y=0(AH)</td><td>1pt</td></tr>
<tr><td>2</td><td>f'(x)=$\frac{-4lnx}{x^3}$ $pour\ x > 0$
<u>variation de f</u>
lorsque$0 < x < 1, lnx < 0\ etx^3 > 0\ donc\ f'(x) <$
$0alors\ f\ est\ strictement\ croissante$
lorsque x> 1 ,lnx>0 et x^3>0 donc f'(x)<0 alors f est strictement décroissante</td><td>1/2pt

1pt</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Le coordonneés de I($e^{\frac{-1}{2}}$; 0)</td><td>1/2pt</td></tr>
<tr><td>4a</td><td>g'(x)=$\frac{2-x}{x}$
g est croissante sur $]0; 2[$ et strictement décroissante sur $]2; +\infty[$
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>∞</td></tr><tr><td>g'(x)</td><td>-</td><td>g(2)=0.39</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>g(x)</td><td>+∞</td><td>g(2)=0.39</td><td>g(4)=- 0.23</td><td>-∞</td></tr></table></td><td>1pt</td></tr>
<tr><td>4b</td><td>g est strictement croissantse et continue sur $]2; +\infty[$ $\lim_0 g = -\infty$ etg(2)>0 donc l'équationg(x)=0 a une solution unique dans $]0; 2[$
g est strictement décroissante etcontinue sur $]2; 4[$ g(2)>0 etg(4)<0 donc g(x)=0 a une solution unique dans$]2; 4[$ on la note ∝
3.51≤∝≤ 3.52</td><td>1pt</td></tr>
<tr><td>5a</td><td>f(x)-$\frac{1}{x} = \frac{g(x)}{x^2}$ les abscisses des points d'intersection de (C) et (C') sont les solutions de g(x)=0 c'est-a-dire 1 et ∝</td><td>1pt</td></tr>
<tr><td>5b</td><td>x≥ 4 , $g(x) \leq 0donc\ f(x) - \frac{1}{x} \leq 0\ soit\ f(x) \leq \frac{1}{x}$
x≥ 4,lnx>0 donc f(x)>0, ona 0<f(x)≤ $\frac{1}{x}$</td><td>1pt</td></tr>
</table>

6		1pt

Exercice II(6 points)

QII	corrigé	note
	$-i+\frac{2}{z-i}=\frac{-i(z-i)+2}{z-i}=\frac{-iz+i^2+2}{z-i}=\frac{-iz+1}{z-i}=f(z)$	1/2pt
2a	(-i) n'a pas d'antécédent par f	1/2 pt
2b	0 a un unique antécédent par f qui est (-i) i a un unique antécédent par f qui est 0	1/2 pt
3a	AM=$\lvert z_M-Z_A\rvert$ et$\lvert Z_{M'}-Z_A\rvert=\frac{2}{Z-i}=AM'$ AM.AM'=2	1pt
3b	AM=4 BM'=$\frac{2}{AM}=\frac{1}{2}$ Lorsque M appartient au cercle C' de centre B et de rayon 1/2	1pt
4a	E est la droite y=1 privée du point A	1/2pt
4b	Lorsque M décrit E ,M' se déplace sur la droite y=-1	1/2pt
4c	Lorsque m décrit E , M' ne décrit pas toute la droite $\Delta\ car\ M\ \neq B$	1/2pt
5	L'ensmble cherché est l'axe des ordonnées privé des points A et B X=0	1pt

Exercice III(2pts)

QIII	corrigé	note
1	P(B)=1/2x24/33+1/2x9/10=179/220	1pt
2	P(u_1/B)= $\frac{P(U_1\cap B)}{P(B)}=\frac{80}{179}$	1pt

Exercice IV(4 points)

QIV	corrigé	note
_A-a_	$\lim_{-\infty} f(x)=1$	**_1/4pt_**
_A-b_	f(x)=$\frac{x}{e^x}+e^{-x}(\ln(1+e^{-x})$ $\lim_{+\infty} f(x)=0$	**_1/2pt_** **_1/4pt_**
_B-a_		1 1/2pts
_B-b_	Aire=$(\frac{3}{2}+\frac{1}{2e^2}-\frac{2}{e})u^2$	1/2 pt
_B-c_	m<-1,(E) n'a pas de racine m=-1 (E) a une racine double 0 -1<m<0 ,(E) a deux racines distinctes m=0 ,(E) admet x=ln2 comme racine m>0 ,(E) a une racine sinple	1 pt