Ecole lycée libanais		**Matière: Mathématiques**
Examen de Mai 2019		**Note : /30**
Classe: EB 9		**Durée: 2 heures**
Prof : A. Amouri		**Nom de l'élève:**

<u>Exercice 1:</u>(5 points)

1) On donne les nombres :

$$A = (2-\sqrt{3})^2 + \sqrt{3}(4-3\sqrt{3})\ ;\ B = \frac{(3\times10-2)^2\times15\times10^{-5}}{0{,}49\times10^4\times2{,}5\times10^{-3}}\ ;\ C = \frac{2^{25}\times6+2^{26}}{2^{25}\times16}\ ;\ D = \left(\frac{8}{3}-\frac{5}{3}\div\frac{20}{21}\right)\times\frac{12}{7}$$

   a. Simplifier D et Ecrire B en notation scientifique .
   b. Calculer A et vérifier que $C = \cos 60$.
   c. On donne les droites : $(d_1): y = Ax - 3$ et $(d_2): y = Cx + 1$.
   Que peut-on dire des deux droites ? Justifier .

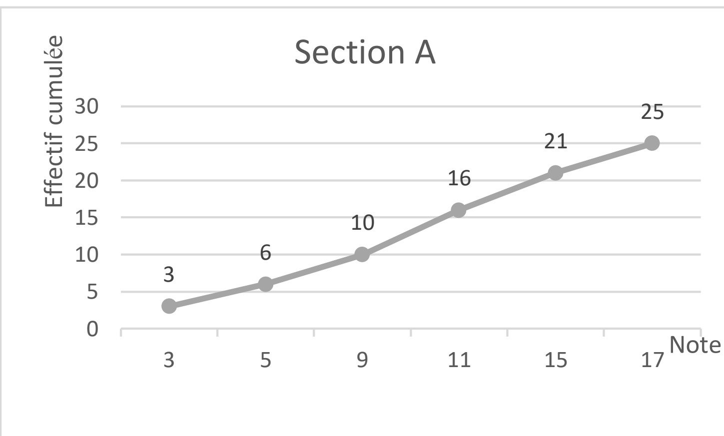
2) Résoudre et trouver les entiers naturels , solution de cette inequation :

$$\frac{5x+3}{6} - \frac{2x-3}{12} \geq \frac{2x-1}{3} + \frac{x}{2}$$

3) Résoudre : $\sqrt{2}(x-1) = 2(x-2) + 3\sqrt{2}$.

<u>Exercice 2:</u> (5 points)

On donne ci-dessous le relevé des notes sur 20 à l'examen final en mathématiques des élèves d'EB9 , sections A et B à l'école **Lycée Libanais** .



Section B

Note sur 20	5	7	8	11	14	17	Total
effectif	2	x	5	3	y	6	24

1) A partir du polygone des effectifs cumulée croissants de la section A :
   a. Quel est le nombre des élèves dans la section A .
   b. Construire un tableau des effectifs
   c. Représenter les effectifs par un diagramme circulaire .
   d. Le professeur Ahmad affirme que 60% des élèves de cette section ont reussi . Justifier cette affirmation .

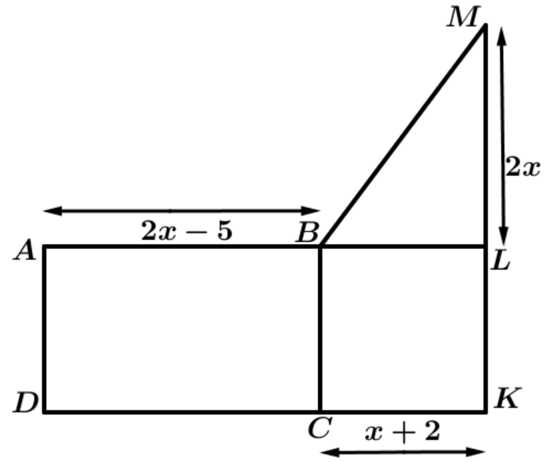
2) A partir du tableau des effectifs de la section B :
   a. Calculer x et y , en détaillant les étapes suivies , sachant que la moyenne de cette section est 11,5 .
   b. On donne x=3 et y=5 , tracer le diagramme en batons de cette serie statistique .
   c. Sami , étant absent , refait l'examen et obtient la note 11,5 . la moyenne de cette section change t-elle ? Justifier .

3) Monsieur Ahmad demande à ses 50 élèves " Qu'est ce que vous aimez dans les mathématiques ? " , les réponses varient entre les 3 choix . $\frac{1}{5}$ des élèves ont choisi qu'ils n'aiment pas le maths , 10% des élèves Ont choisi la partie géometrie , et le reste a choisi la partie algèbre .Trouver le nombre des élèves qui preferent la partie algèbre .

Exercice 3: (6 points)

On donne les polynomes suivantes: $A(x) = (x+2)^2 + x(x+2) - 2(2x-5)(x+2)$ et $B(x) = (x-1)^2 - 25$.

1) Developper et reduire $A(x)$, puis résoudre $A(x) = 24$
2) Factoriser $A(x)$ et $B(x)$.
3) Soit $F(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$
   a. Pour quelles valeurs de x , $F(x)$ est-elle definie ? Simplifier $F(x)$.
   b. L'équation $F(x) = -\frac{8}{3}$ admet –elle une solution ? Justifier .
4) Dans la figure ci-contre on a:
   $ABCD$ est un rectangle d'aire $P_1, BLKC$ est un carré d'aire P_2, BLM est un triangle rectangle en L d'aire P_3.
   $AB = 2x - 5,\ KC = x + 2,\ ML = 2x$ et $x > 2.5$.
   a. Exprimer P_1, P_2 et P_3 en fonction de x.
   b. Que signifie cette relation $P_2 + P_3 = 2P_1$?
   c. Calculer x vérifiant la relation dans la partie b.



Exercice 4: (7.5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes x'Ox , y'Oy , On donne les points A(-2;3) , B(2;7) , C(6;-5) et la droite (d) d'équation $y = 1 - x$.

1) Vérifier que (d) passe par A et C puis placer A, B , C et tracer (d) .
2) a. Calculer la pente de la droite (AB) et déduire que A appartient au cercle (C) de diamètre [BC] .
   b. Déterminer les coordonnées du centre I du cercle (C) et calculer la longueur de son rayon .
4) Soit (Δ) la médiatrice de [BC] , et soit M le point d'intersection de (d) et (Δ) .
   a. Ecrire l'équation de (Δ) .
   b. Calculer les coordonnées du point M et déduire que M est un point de l'axe x'Ox .
5) Calculer α la valeur arrondie au degré près de l'angle aigu que fait (Δ) avec x'Ox .
6) Soit D le point definit par : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AD}$.
   a. Calculer les coordonnées du point D puis placer-le .
   b. Montrer que le quadrilatère ABDC est un rectangle .
   c. Déduire que les points A,I et D sont alignés .
7) Soit (d') l'image de (d) par la translation $\overrightarrow{AI}$. Trouver l'équation de (d') .

Exercice 5: (6.5 points)

(C) est un demi cercle de centre O , rayon 5cm et de diamètre [BD]. A est un point de (C) tel que AB= 6cm .

1) Tracer un figure .
2) Calculer AD .
3) H est le pied du hauteur issue de A dans le triangle ABD . Montrer que les 2 triangles AHB et DAB sont semblables . Déduire que AH= 4,8 cm .
4) La tangente en D à (C) coupe (BA) en E .
   a. Ecrire , dans les deux triangles ABD et BDE , les rapports égaux à $\tan \hat{B}$. Calculer DE .
   b. Determiner , au degré près , l 'angle $\hat{B}$.
5) P est un point de [BD] tel que DP= 4 cm. La parallèle à (AB) passant par P coupe [DE] en Q . Calculer DQ .
6) R est le translate de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{QE}$.
   a. Montrer que R est un point de [BE] .
   b. (PR) coupe [AD] en J . Montrer que (BJ) est perpendiculaire à (DR) .

Vous êtes les meilleurs ☺

Ex1) a) $D = \left(\frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21}\right) \times \frac{12}{7}$

$$= \left(\frac{8}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{21}{20}\right) \times \frac{12}{7}$$

$$= \left(\frac{8}{3} - 1 \times \frac{7}{4}\right) \times \frac{12}{7}$$

$$= \left(\frac{8}{3} - \frac{7}{4}\right) \times \frac{12}{7}$$

$$= \left(\frac{32 - 21}{12}\right) \times \frac{12}{7}$$

$$= \frac{11}{12} \times \frac{12}{7} = \frac{11}{7}$$

$$B = \frac{(3 \times 10^{-2})^2 \times 15 \times 10^{-5}}{0.49 \times 10^{4} \times 2.5 \times 10^{-3}} = \frac{3^2 \times 10^{-4} \times 15 \times 10^{-5}}{49 \times 10^{-2} \times 10^{4} \times 25 \times 10^{-1} \times 10^{-3}}$$

$$= \frac{9 \times 15 \times 10^{-9}}{49 \times 25 \times 10^{-2}} = \frac{9 \times 3 \times 10^{-7}}{49 \times 5}$$

$$= \frac{27 \times 10^{-7}}{245}$$

$$= 0.11 \times 10^{-7}$$

$$= 1.1 \times 10^{-1} \times 10^{-7}$$

$$= 1.1 \times 10^{-8}$$

b) $A = (2 - \sqrt{3})^2 + \sqrt{3}(4 - 3\sqrt{3})$

$$= 4 - 4\sqrt{3} + 3 + 4\sqrt{3} - 9$$

$$= -2$$

$$C = \frac{2^{25} \times 6 + 2^{26}}{2^{25} \times 16} = \frac{2^{25}(6 + 2)}{2^{25} \times 16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = \cos 60$$

c) $(d_1): y = Ax+3$ $\quad$ $(d_2): y = Cx+1$

$y = -2x-3$ $\quad$ $: y = \frac{1}{2}x+1$

slope$(d_1) = -2$ $\quad$ slope$(d_1)\times$slope$(d_2) = -2\times\frac{1}{2} = -1$

slope$(d_2) = \frac{1}{2}$ $\quad$ then (d_1) and (d_2) are perpendicular.

2) $\frac{5x+3}{6} - \frac{2x-3}{12} \geq \frac{2x-1}{3} + \frac{x}{2}$

$\frac{10x+6}{\cancel{12}} - \frac{2x-3}{\cancel{12}} \geq \frac{8x-4}{\cancel{12}} + \frac{6x}{\cancel{12}}$

$10x+6-2x+3 \geq 8x-4+6x$

$8x+9 \geq 14x-4$

$8x-14x \geq -4-9$

$-6x \geq -13$

$6x \leq 13$

$x \leq \frac{13}{6}$

Natural solution are $\{0,1,2\}$

3) $\sqrt{2}(x-1) = 2(x-2)+3\sqrt{2}$

$\sqrt{2}x-\sqrt{2} = 2x-4+3\sqrt{2}$

$\sqrt{2}x-2x = -4+3\sqrt{2}+\sqrt{2}$

$x(\sqrt{2}-2) = -4+4\sqrt{2}$

$x(\sqrt{2}-2) = 4(\sqrt{2}-1)$

$x = \frac{4(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-2} \times \frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+2}$

$x = \frac{\cancel{8}+8\sqrt{2}-4\sqrt{2}\cancel{-8}}{2-4} = \frac{4\sqrt{2}}{-2} = -2\sqrt{2}$

1) a) 25 numberof student

b)

Grade	3	5	9	11	15	17	T
freq	3	3	4	6	5	4	25
I.c.f	3	6	10	16	21	25	—
C.A	43.2	43.2	57.6	86.4	72	57.6	360

d) numberof student ~~[illegible]~~ havesucceded $= 6+5+4 = 15$

$\% = \frac{15}{25} \times 100 = 60\%$

2) a) $\frac{2\times5 + 7x + 8\times5 + 3\times11 + 14y + 17\times6}{24} = 11.5$

$\frac{10 + 7x + 40 + 33 + 14y + 102}{24} = 11.5$

$185 + 7x + 14y = 276$

$7x + 14y = 91$ —— 1

$2 + x + 5 + 3 + y + 6 = 24$

$16 + x + y = 24$

$x + y = 8$ —— 2

$\begin{cases} 7x + 14y = 91 \\ x + y = 8 \quad \times -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x + 14y = 91 \\ -7x - 7y = -56 \end{cases}$

$7y = 35$

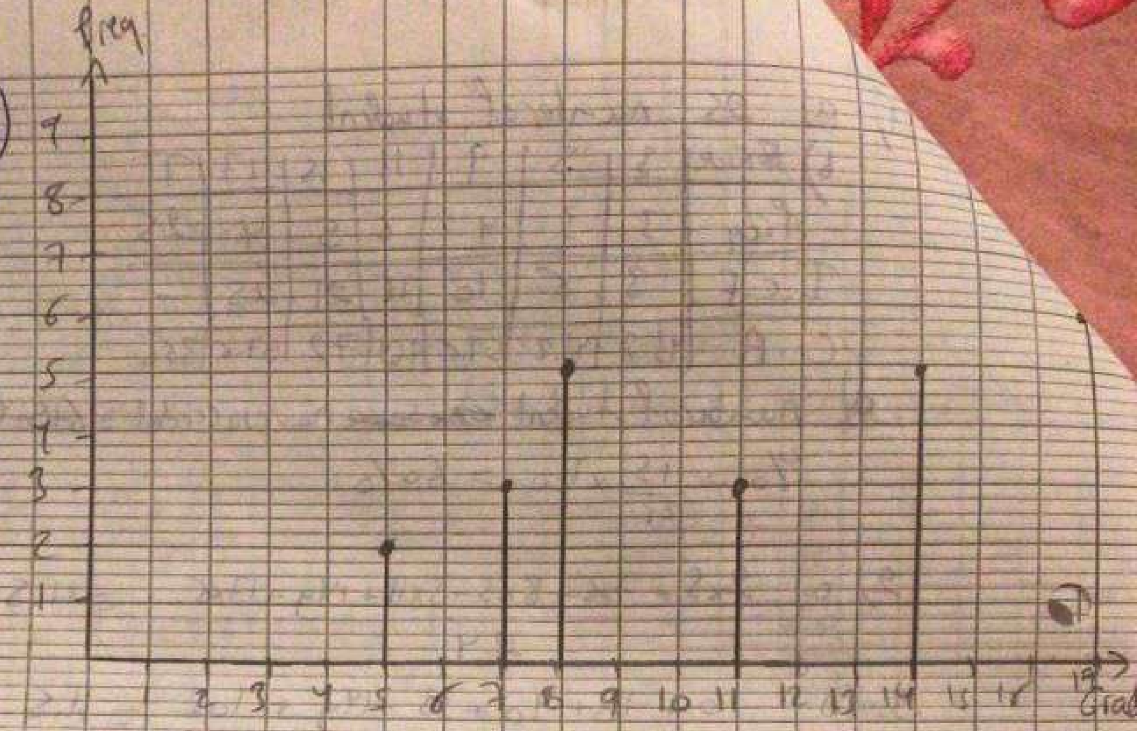
$\boxed{y = 5}$

sub $y = 5$ in 2

$x + 5 = 8$

$\boxed{x = 3}$

b)



c) $\text{Mean} = \dfrac{(2\times5)+(3\times7)+(5\times8)+(3\times11)+(5\times14)+(6\times17)+(1\times11.5)}{25}$

$= 11.5$ the mean doesn't change

d) $\frac{1}{5}$ don't like Math

10% Chose the geometry part

$\frac{1}{5}\times 50 = 10$ students don't like Math.

$\frac{10}{100}\times 50 = 5$ students chose the geometry part.

$50-(10+5) = 50-15 = 35$ students prefer the algebra part.

4

Ex3) 1) $A(x) = (x+2)^2 + x(x+2) - 2(2x-5)(x+2)$

$= x^2 + 4x + 4 + x^2 + 2x - 2(2x^2 + 4x - 5x - 10)$

$= 2x^2 + \cancel{6x} + 4 - 4x^2 + \cancel{2x} + 20$

$= -2x^2 + 8x + 24$

$A(x) = 24$

$-2x^2 + 8x + 24 = 24$

$-2x^2 + 8x + \cancel{24} - \cancel{24} = 0$

$-2x^2 + 8x = 0$

$2x(-x+4) = 0$

$2x = 0$ or $-x + 4 = 0$

$x = 0$ $\quad -x = -4$

$x = 4$

2) $A(x) = (x+2)^2 + x(x+2) - 2(2x-5)(x+2)$

$= (x+2)[(x+2) + x - 2(2x-5)]$

$= (x+2)(x + 2 + x - 4x + 10)$

$= (x+2)(-2x + 12)$

$= 2(x+2)(-x+6) \Rightarrow -2(x+2)(x-6)$

$B(x) = (x-1)^2 - 25$

$= ((x-1) - 5)(x - 1 + 5)$

$= (x-6)(x+4)$

3) $F(x) = \dfrac{A(x)}{B(x)} = \dfrac{-2(x+2)\cancel{(x-6)}}{\cancel{(x-6)}(x+4)}$

$x - 6 \neq 0$ and $x + 4 \neq 0$

ictified for $x \neq 6$ $\quad x \neq -4$

$F(x) = \dfrac{-2(x+2)}{(x+4)}$

5

b) $f(x) = \frac{-8}{3}$

$$\frac{-2(x+2)}{x+4} = \frac{-8}{3}$$

$$-8x - 32 = -6x - 12$$

$$-8x + 6x = 20$$

$$-2x = 20$$

$$x = -\frac{20}{2} \Rightarrow x = -10 \quad \text{one solution}$$

4) a) $P_1 = A_{ABCD} = L \times w$

$$= AB \times BC$$

$$= (2x-5)(x+2)$$

$$P_2 = A_{BLKC} = S^2 = (x+2)^2$$

$$P_3 = A_{BLM} = \frac{b \times h}{2} = \frac{(x+2)(2x)}{2} = x(x+2)$$

b) $P_2 + P_3 = 2P_1$

Sum of the areas of BLKC and the triangle BLM is equal to the double of the area of ABCD

c) $P_2 + P_3 = 2P_1$

$$P_2 + P_3 - 2P_1 = 0$$

$$(x+2)^2 + x(x+2) - 2(2x-5)(x+2) = 0$$

$$A(x) = 0$$

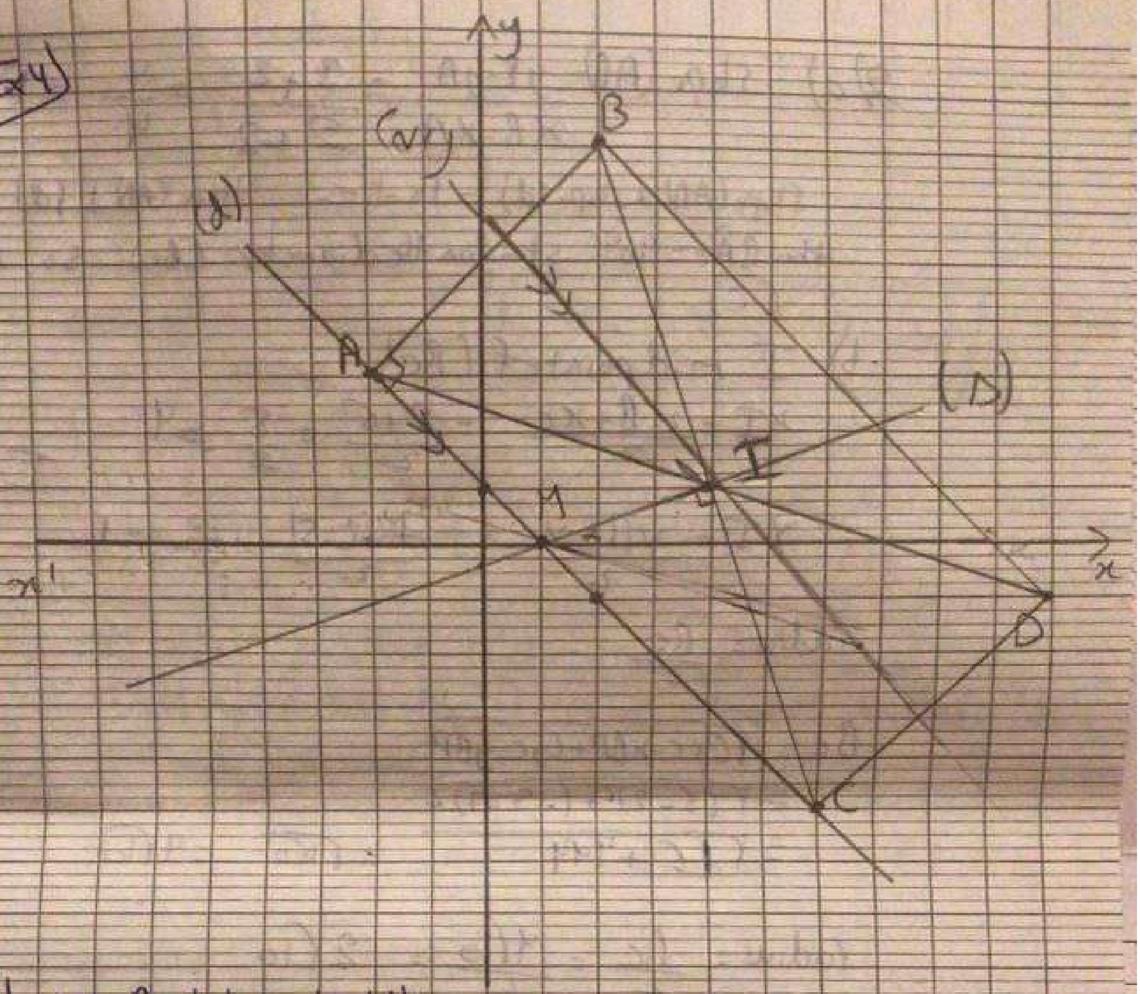
$$-2(x+2)(x-6) = 0$$

$x + 2 = 0$ or $x - 6 = 0$

$x = -2$ rej $\quad x = 6$ rej

6

Ex4)



1) let A belong to (d)

$y_A = 1 - x_A$

$3 = 1 - (-2)$

$3 = 1 + 2$

$3 = 3$ True then A belong to (d)

let C belong to (d)

$y_C = 1 - x_C$

$-5 = 1 - 6$

$-5 = -5$ True then C belong to (d)

2) a) $slope(AB) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{7-3}{2+2} = \frac{4}{4} = 1$

$slope(AB) \times slope(d) = 1 \times -1 = -1$ then $(AB) \perp (d)$

then $B\hat{A}C = 90°$ standon the diameter $[BC]$ so A belongs to the (C).

b) I midpoint of $[BC]$

$x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$I(4,1)$

$y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{7+(-5)}{2} = \frac{2}{2} = 1$

radius $= \frac{BC}{2}$

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$

$= \sqrt{(6-2)^2 + (-5-7)^2}$

$= \sqrt{16 + 144} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$

radius $= \frac{BC}{2} = \frac{4\sqrt{10}}{2} = 2\sqrt{10}$

3) a) (Δ) perpendicular bisector of $[BC]$

$slope(\Delta) \times slope(BC) = -1$

$slope(BC) = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-5-7}{6-2} = \frac{-12}{4} = -3$

$slope(\Delta) \times slope(BC) = -1$

$slope(\Delta) = \frac{-1}{slope(BC)} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

$y = \frac{1}{3}x + b$ --- (Δ)

8

3) a) $y = \frac{1}{3}x + b$ --- (Δ)

I belong to (Δ)

$y_I = \frac{1}{3}x_I + b$

$1 = \frac{1}{3}(4) + b$

$1 = \frac{4}{3} + b$

$1 - \frac{4}{3} = b \Rightarrow \boxed{-\frac{1}{3} = b}$

$$\boxed{y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \quad --- (\Delta)}$$

b) M the point of intersection of (d) and (Δ).

M belong to (d) then the coordinates of M verified on (d).

$y_M = 1 - x_M$ --- (1)

M belong to (Δ), then the coordinate of M verified on (Δ)

$y_M = \frac{1}{3}x_M - \frac{1}{3}$ --- (2)

$y_M = y_M$

$1 - x_M = \frac{1}{3}x_M - \frac{1}{3}$

$-x_M - \frac{1}{3}x_M = -\frac{1}{3} - 1$

$-\frac{4}{3}x_M = -\frac{4}{3}$

$\boxed{x_M = 1}$

sub $x_M = 1$ in (1)

$y_M = 1 - 1 \Rightarrow \boxed{y_M = 0}$

M(1;0)

M is a point of axis x'ox since $y_M = 0$

4) $\tan\alpha = |\text{slope}(\Delta)|$

$\tan\alpha = \left|\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = 18.4$

$\alpha \simeq 18°$

5) $\vec{AB} - \vec{CA} = \vec{AD}$

a) $xB - xA - (xA - xC) = xD - xA$

$2 + 2 - (-2 - 6) = xD + 2$

$4 + 8 = xD + 2$

$12 = xD + 2$

$\boxed{10 = xD}$

$yB - yA - (yA - yC) = yD - yA$

$7 - 3 - (3 + 5) = yD - 3$

$4 - 8 = yD - 3$

$-4 = yD - 3$

$\boxed{-1 = yD}$ $D(10, -1)$

b) $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$

D is the 4^{th} vertex of the parm ABCD

slope(AB) = 1 slope(AB) × slope(d) = 1 × -1 = -1

slope(d) = -1 then (AB) ⊥ (d)

So $B\hat{A}C = 90°$

(parm + right angle = rectangle)

(16)

c) ABCD is a rectangle $\Rightarrow$ [AD] and [BC] are the diagonals of the rectangle. I is the midpoint of [BC] then I is the midpoint of [AD] so, A, I & D are collinear.

b) (d') translate (d) $\Rightarrow$

(d') // (d) $\Rightarrow$

slope(d') = slope(d) = -1

Translation vector $\vec{AI}$ $\Rightarrow$

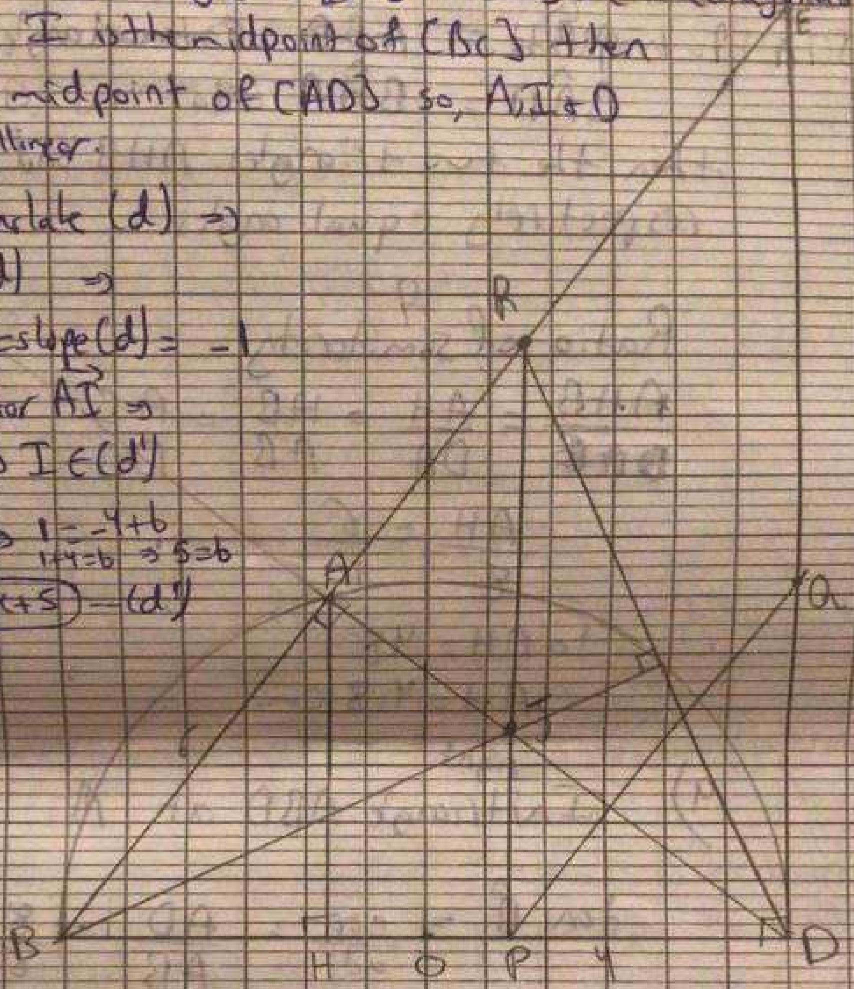
$A \in (d) \Rightarrow I \in (d')$

$y = -x + b \Rightarrow 1 = -4 + b$

$y_I = -x_I + b \quad 1 + 4 = b \Rightarrow 5 = b$

$\boxed{y = -x + 5}$ — (d')

Ex5) 1)



2) $B\hat{A}D = 90°$ (inscribed angle standing on diameter [BD]).

In right triangle BAD at A

by pythagorean theorem

$BD^2 = AB^2 + AD^2$

$10^2 = 6^2 + AD^2$

$10^2 - 6^2 = AD^2$

$64 = AD^2$

$8 = AD$

3) Consider the two triangles AHB and DAB

$A\hat{B}H = A\hat{B}D$ Common angle

$B\hat{A}D = B\hat{H}A = 90°$

then the two triangles AHB and DAB are similar by two respectively equal angles.

Ratio of similarity:

$$\frac{AHB}{DAB} = \frac{AH}{DA} = \frac{HB}{AB} = \frac{AB}{DB}$$

$$\frac{AH}{8} = \frac{6}{10}$$

$10AH = 48$

$AH = 4.8$ cm.

4) In right triangle ABD at A

$$\tan\hat{B} = \frac{opp}{adj} = \frac{AD}{AB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

In right triangle BDE at D

$$\tan\hat{B} = \frac{opp}{adj} = \frac{ED}{BD}$$

$\tan\hat{B} = \tan\hat{B}$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{ED}{BD}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{DE}{10} \Rightarrow 3DE = 40$$

$$DE = \frac{40}{3}$$

4) b) $\hat{B} = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53.13^\circ$
$\simeq 53^\circ$

5) In the triangle BDE
(BE) // (PQ)
According to Thales' theorem.

$$\frac{DQ}{DE} = \frac{DP}{DB} = \frac{PQ}{BE}$$

$$\frac{DQ}{\frac{40}{3}} = \frac{4}{10} \qquad 10\,DQ = 4 \times \frac{40}{3}$$

$$DQ = \frac{16}{3} \text{ cm}$$

R is translate

6) a) R of P translation vector by $\overrightarrow{QE}$ ⇒ REQP is a parm ((PQ) // (RE))
(PQ) // (EB)
(PQ) // (RE) E is a common point then E, R, B are collinear.
So R is a point on [BE]

b) In the triangle BRD
(RP) // (ED) and (ED) ⊥ (BD)
So (RP) ⊥ (BD) passing through J.
(DA) ⊥ (AB) passing through J.
then J is the orthocenter of triangle RBD.
(BJ) passing through J so (BJ) ⊥ (DR).