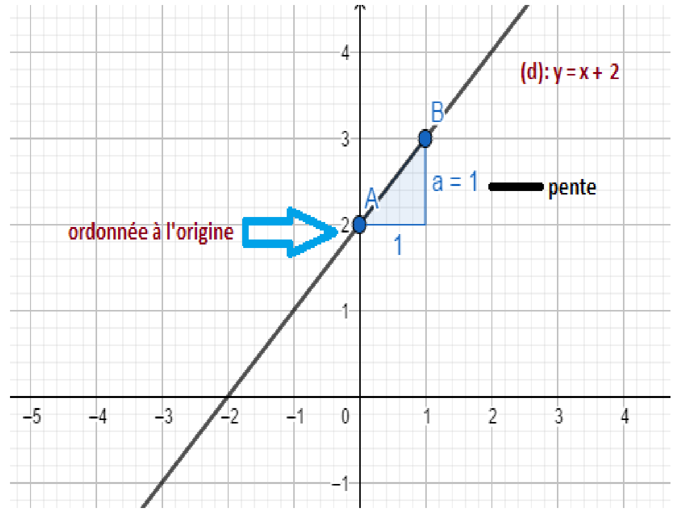
Géométrie analytique : Equation d'une droite



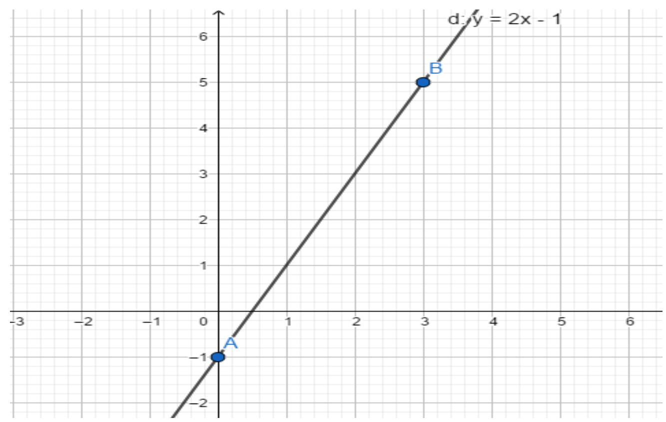
Dans la géométrie analytique (repère), on définit **une droite** du plan un **ensemble de points vérifiant** une équation donné appelé **équation de la droite**

L'équation de la droite est généralement sous la forme $y = ax + b$

a est le coefficient directeur ou pente de la droite et *b* l'ordonnée à l'origine

Donc un **point appartient à une droite** si ces **coordonnées vérifient l'équation de cette droite**

<u>**Exemple :**</u>



Vérifions que les points A(0 ; -1) et B(3 ;5) appartiennent à la droite (d) : $y = 2x - 1$

$y_A = 2x_A - 1$

$-1 = 2(0) - 1$

$-1 = -1$

Alors A est un point de (d)

$y_B = 2x_B - 1$

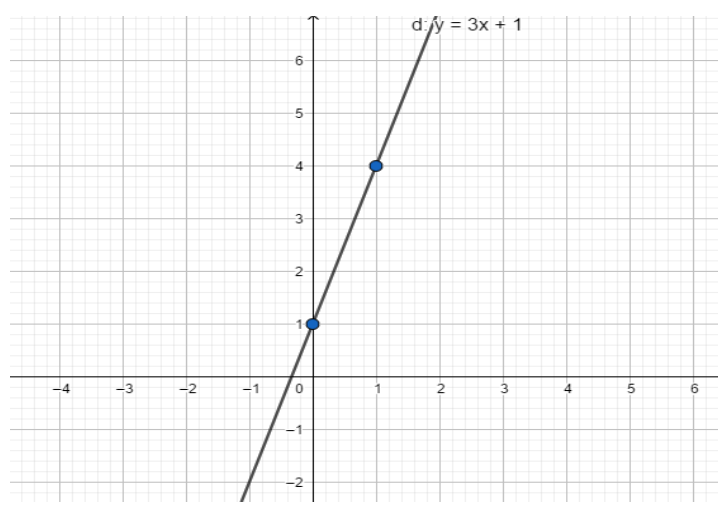
$5 = 2(3) - 1$

$5 = 5$

Alors B est un point de (d)

Deux points sont suffisants pour tracer une droite donc pour **tracer une droite d'équation donnée** on calcule les coordonnées de deux points de la droite.

Exemple :

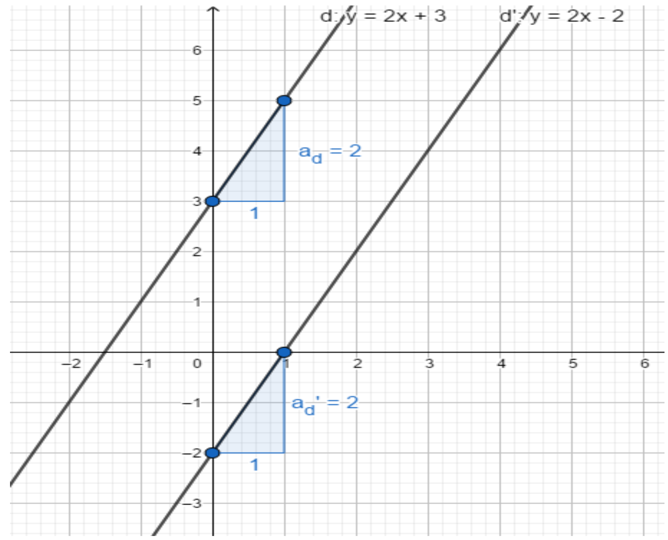


Traçons dans un repère orthonormé la droite d'équation $y = 3x + 1$

Le tableau suivant montre les coordonnées de deux points de (d)

x	0	1
y	1	4

Tracé de (d)



Deux droites ayant la **même pente** sont **parallèles**

<u>Exemple :</u>

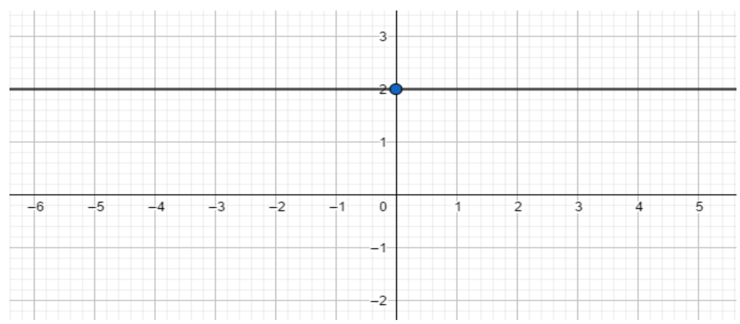
Les droites (d) : $y = 2x + 3$ et (d') : $y = 2x - 2$ sont parallèles car :

$a_{(d)} = a_{(d')} = 2$

En particulier la **droite d'équation** $y = b$ est **parallèle à l'axe des abscisses**

<u>Exemple :</u>

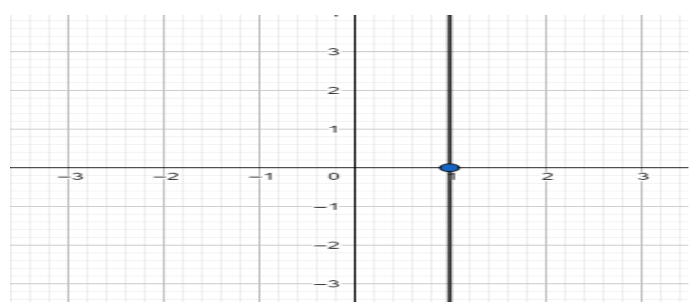
La droite (d) d'équation $y = 2$ est parallèle à l'axe des abscisses



En particulier la **droite d'équation** $x = \ k$ est **parallèle à l'axe des ordonnées**

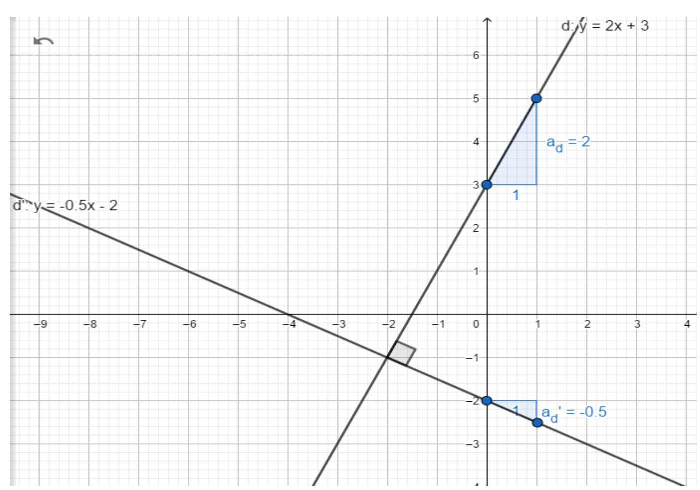
<u>Exemple :</u>

La droite (d') d'équation $x = 1$ est parallèle à l'axe des ordonnées



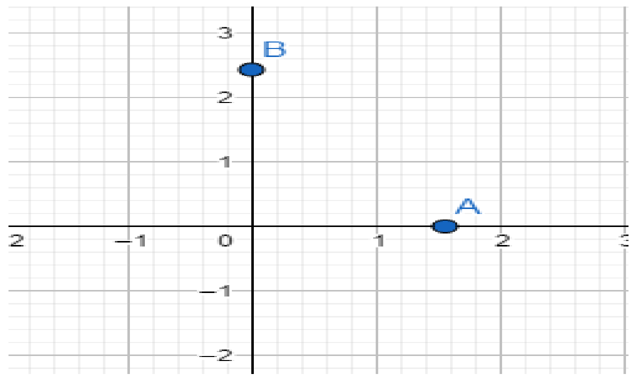
Deux droites ayant leur **produit de pentes égales à (-1)** sont **perpendiculaires**

<u>Exemple :</u>



Les droites (d) : $y = 2x + 3$ et (d)' : $y = -\frac{1}{2}x - 2$ sont perpendiculaires car :

$a_{(d)} \times a_{(d')} = 2 \times -\frac{1}{2} = -1$



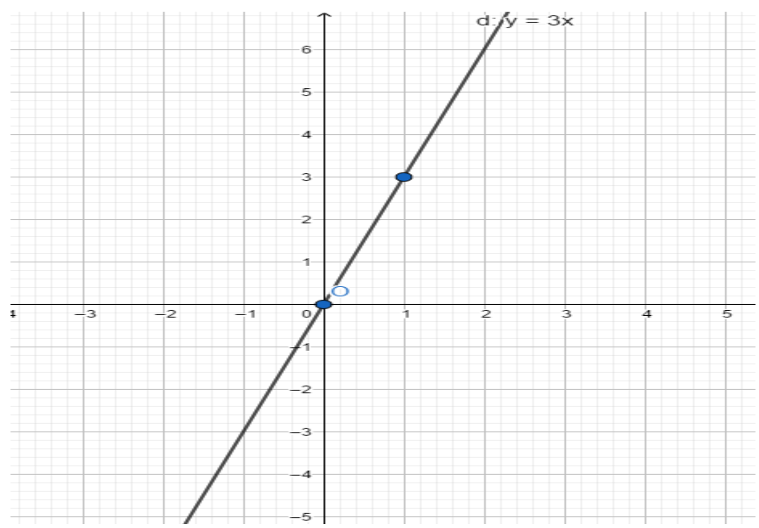
Tout **point** de **l'axe des abscisses** a son **ordonnée égal 0** et tout point de **l'axe des ordonnées** a son **abscisse égal 0**

<u>**Exemple :**</u>

A appartient à x'Ox alors $y_A = 0$

B appartient à y'Oy alors $x_B = 0$

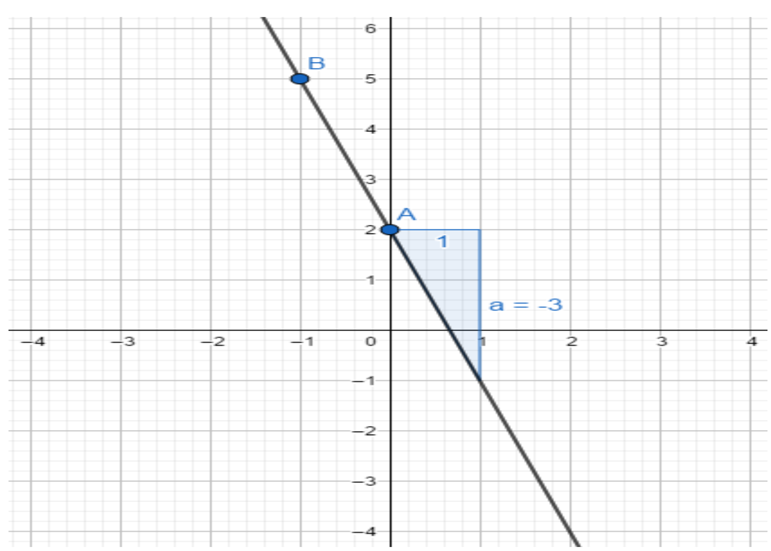
Toute **droite passant par l'origine** a **pour équation** $y = ax$ (b est nul) cette droite peut traduire une **situation de proportionnalité** où a **est le coefficient de proportionnalité**



<u>**Exemple :**</u>

La droite (d) : $y = 3x$ passe par l'origine car son équation est de la forme $y = ax$

Soit **(D) une droite d'équation** $y = ax + b$ et A et B deux points de (D). On peut calculer le **coefficient directeur (pente)** a par la formule $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$



<u>**Exemple :**</u>

Calculons la pente de (AB) tel que A(0 ; 2) et B(-1 ; 5)

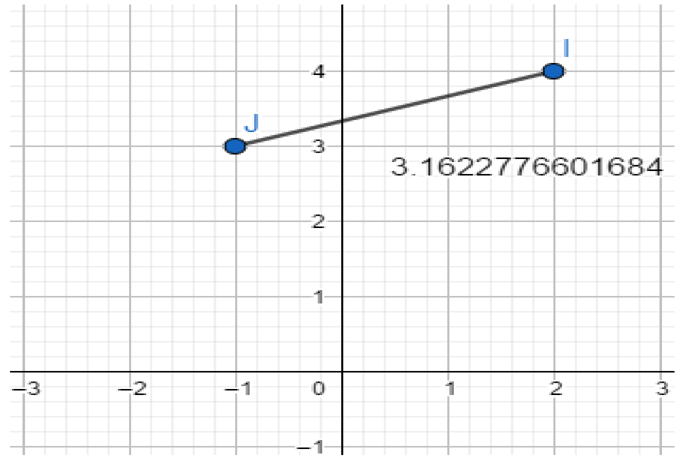
$a_{(AB)} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5-2}{-1-0} = \frac{3}{-1} = -3$

Soit A et B deux points, la **longueur du segment [AB]** est $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exemple :

Calculons la longueur du segment [IJ] tel que I(2 ; 4) et J(-1 ;3)

$IJ^2 = (x_J - x_I)^2 + (y_J - y_I)^2 = (-1-2)^2 + (3-4)^2 = 9 + 1 = 10$ Par conséquent $IJ = \sqrt{10} \approx 3{,}16$



www.tollablebnen.com